

# Matematika 1 - kolokvijum

29.11.2008.

Ime i prezime, broj indeksa	Nastavna grupa	Sala

## TEORIJSKA PITANJA

Napomena: Nije dozvoljena upotreba grafitne olovke.

1.	2.	Suma

1. [25] Definisati sledeće pojmove:

1) Binarna operacija u skupu.

2) Grupoid.

3) Semigrupa.

4) Monoid.

5) Inverzni elemenat elementa  $a \in G$ , gde je  $(G, \circ)$  grupoid sa neutralnim elementom  $e$ .

Dat je skup  $S = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$  i neka  $+$  i  $\cdot$  označavaju sabiranje i množenje po modulu  $p$ . U sledeću tabelu upisati šta predstavlja odgovarajuća struktura ako  $p$  jeste, odnosno ako nije, prost broj.

	$p$ jeste prost broj	$p$ nije prost broj
$(S, +)$		
$(S \setminus \{0\}, \cdot)$		
$(S, +, \cdot)$		

Za kakvo  $p$  svaki elemenat skupa  $S \setminus \{0\}$  ima inverzan elemenat u odnosu na operaciju  $\cdot$  ?

Dokazati ovu činjenicu.

2. [25] Definisati sledeće pojmove:

1) Koren polinoma  $P$  nad poljem  $F$ .

2) Koren reda (višestrukosti)  $k > 0$  kompleksnog polinoma  $P$ .

Neka je  $P$  polinom sa celobrojnim koeficijentima stepena  $dgP = 7$ . Ako je vodeći koeficijent polinoma  $P$  jednak 4 i ako su *neki koreni* ovog polinoma  $z_1 = -2$ ,  $z_2 = -1$ ,  $z_3 = 0$ ,  $z_4 = z_5 = i$  odgovoriti na sledeća pitanja:

1) Koliko korena u polju  $C$  ima polinom  $P$ ? Odgovor obrazložiti navodjenjem odgovarajuće teoreme.

2) Odrediti ostale korene polinoma  $P$ . Odgovor obrazložiti navodjenjem odgovarajuće teoreme.

3) Odrediti (bez deljenja) da li je polinom  $P$  deljiv polinomom  $Q(x) = (x + 2)^2$ . Odgovor obrazložiti navodjenjem odgovarajuće teoreme.

4) Da li je  $P$  svodljiv (razloživ) polinom nad poljem  $R$ ? Obrazložiti odgovor.

5) Odrediti (bez deljenja) ostatak pri deljenju polinoma  $P$  polinomom  $x - 1$ . Odgovor obrazložiti navodjenjem odgovarajuće teoreme.

Dokazati jednu (po izboru) od navedenih teorema.